elbassair.net

ثانوية أول نوفمبر 1954

المدة: ساعتان

التاريخ: 2018/12/03

3

رياضيات

الرياضيات

الاختبار الاوّل في مـــــــادة

التمرين الأول: التوقيت (30 دقيقـــــــة)

05 نقاط

(ملاحظة : كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير

1) من أجل كل عدد طبيعي n : 3 يقسم $2^{2n}-1$

2) باقي قسمة العدد 2018^{1439} على 7 هو 2

3) في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون $\overline{3421}^7+\overline{1562}^7=\overline{5413}^7$

4) المعادلة : $21x+14y=40$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$

5) في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة : $x^2-x+6\equiv 0[9]$ حلولها تحقق $x\equiv 4[9]$ أو $x\equiv 6[9]$

التمرين الثاني التوقيت (30 دقيقـــــــة)

06 نقاط

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$

f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\sqrt{\frac{1+x^2}{2}}$ و ليكن (C_f) منحنيها البياني (في الوثيقة المرفقة) .

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ : $u_0=3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ- مثل(على الوثيقة المرافقة) الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل دون حساب الحدود .

ب - أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

جـ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>1$.

د- بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$ ثم استنتج انها متقاربة معينا نهايتها

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـــ : $v_n={u_n}^2-1$ ،

أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$، أحسب حدها الأول.

ب/ أكتب v_n بدلالة n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ من جديد

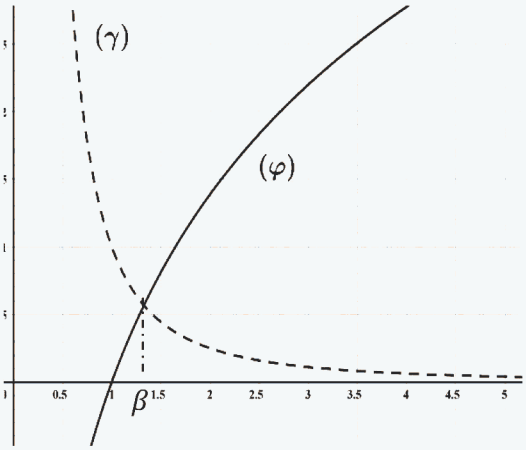
4) أحسب بدلالة n كلا من المجاميع الآتية: $S_n={u_0}^2+{u_1}^2+\cdots\ldots+{u_n}^2$

$T_n=v_0+2v_1+2^2v_2+\cdots+2^nv_n$ $\qquad$ $L_n=ln(v_0)+ln(v_1)+\cdots+ln(v_n)$

التمرين الثالث

التوقيت (50 دقيقـــــــة)

09 نقاط



الجزء الأول:

(γ) و (φ) التمثيلان البيانيان للدالتين $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ و $x \mapsto 2lnx$

على الترتيب في المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما في الشكل المقابل:

β هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (φ) حيث: $1.32 < \beta < 1.33$

g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x^2} - 2lnx$.

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (φ) على $]0;+\infty[$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + ln\,x)$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$.

ب/عين دون حساب: $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f\left(\frac{\beta h+1}{\beta}\right) - f\left(\frac{1}{\beta}\right)}{h}$، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج/ تأكّد أنّ الدالة f متزايدة على المجال $\left]0;\frac{1}{\beta}\right]$ ومتناقصة على المجال $\left[\frac{1}{\beta};+\infty\right[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ)، يطلب كتابة معادلته.

ب/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلّين x_1 و x_2 حيث $0.3 < x_1 < 0.4$ و $2.5 < x_2 < 2.6$.

ج/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f). (نأخذ $f\left(\frac{1}{\beta}\right) \simeq 2.15$)

5) m عدد حقيقي، h'_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال: $]0;+\infty[$ بـ:

$$h_m(x) = (1-m)x + 2lnx + (lnx)^2$$

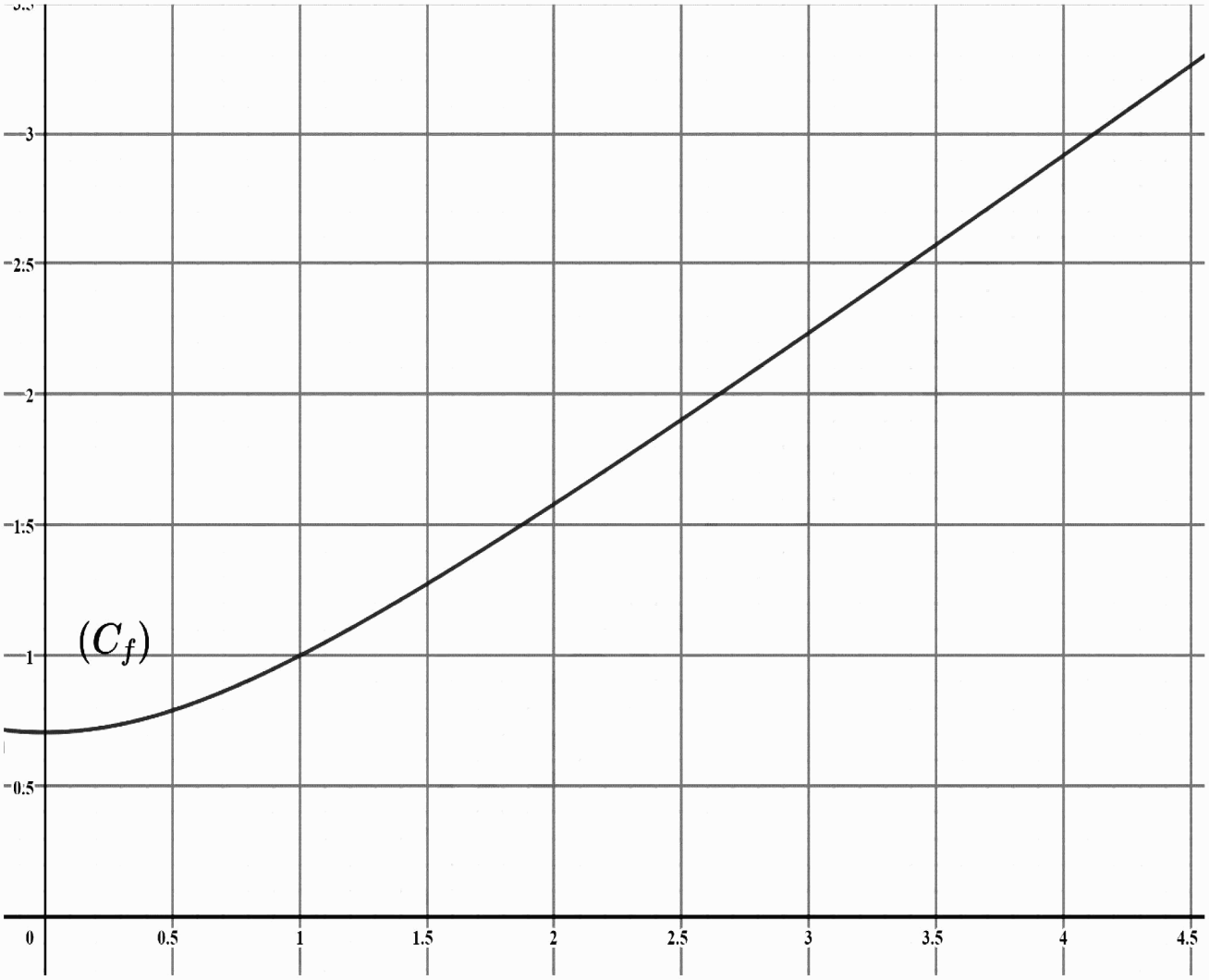
أ/ أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m

ب/ باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

..... انتهـــــــــــى .....

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم واللقب : ..... القسم : .....



الأستاذ: تونسي ن ..... يتمنى لكم التوفيق والنجاح

ثانوية أول نوفمبر 54 بالأغواط

elbassair.net

يوم: 2018/12/09

الأستاذ: تونسي ن

3 رياضيات

التنقيط

الرياضيات

تصحيح الاختبار الاول للثلاثي (01) في مادة

التمرين الاول:

1) صحيح، التبرير: $2^2 \equiv 1[3]$ أي $2^{2n} \equiv 1[3]$ ومنه $2^{2n} - 1 \equiv 0[3]$ — 01

2) خطأ ، التبرير : $2018^{1439} \equiv 2^{1439}[7]$ أي $2018^{1439} \equiv 4[7]$ وذلك بعد دراسة يواقي قسمة 2^n على 7 — 01

3) خطأ ، التبرير : $\overline{3421}^7 + \overline{1562}^7 = 1240 + 632 = 1872$ و $\overline{5413}^7 = 1921$ — 01

4) خطأ ، التبرير: $PGCD(21;14) = 7$ و 7 لايقسم 40 — 01

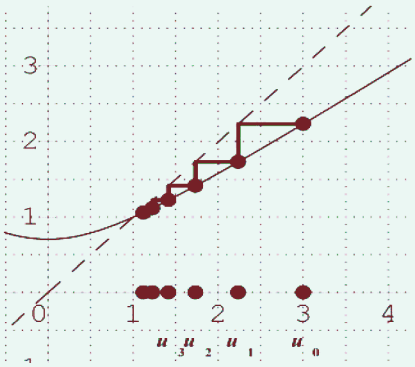
5) صحيح ، التبرير : جدول يبيّن باقي قسمة العدد $x^2 - x + 6$ حسب قيم العدد الصحيح x — 01

$x \equiv$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	[9]
$x^2 \equiv$	0	1	4	0	7	7	0	4	1	[9]
$-x \equiv$	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	[9]
$x^2 - x + 6 \equiv$	6	8	8	3	0	8	0	3	8	[9]

من الجدول نجد أنّ : $x^2 - x + 6 \equiv 0[9]$ يكافئ $x \equiv 4[9]$ أو $x \equiv 6[9]$

التمرين الثاني: 1) أ/ $f'(x) = \frac{12}{(x+3)^2} > 0$ ومنه f متزايدة على $[0;+\infty[$ — 0.5

2) أ/ تمثيل الحدود — 0.5



ب / التخمين : (u_n) متناقصة لأنّ $u_3 < u_2 < u_1 < u_0$ ، ومتقاربة نحو 1 — 0.5

ج/ البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 3$ .....(p_n) — 01

التحقق: (p_0) محققة لأنّ $u_0 = 3 > 1$

نفرض صحة (p_n) أي $u_n > 1$ ونبرهن أن (p_{n+1}) صحيحة أي $u_{n+1} > 1$

لدينا : $u_n > 1$ أي $f(u_n) > f(3)$ " f متزايدة على $[0;+\infty[$ "

ومنه $u_{n+1} > 3$ أي (p_{n+1}) صحيحة ومنه الخاصية (p_n) صحيحة

د/ لدينا : $u_{n+1} - u_n = \sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}} - u_n = \frac{\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}} - u_n\right)\left(\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}} + u_n\right)}{\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}} + u_n} = \frac{(1-u_n^2)}{2\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}} + u_n} = \frac{(1-u_n)(1+u_n)}{2\sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}} + u_n}$ — 0.5

بما ان $u_n > 1$ فإن $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه متناقصة على $\mathbb{N}$ ، (u_n) متناقصة ومحدودة من الاسفل ($u_n > 1$) فهي متقاربة — 0.25

ولتكن نهايتها l : $\lim u_{n+1} = \lim \sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$ يعني أن $l = \sqrt{\frac{1+l^2}{2}}$ يكافئ $l^2 = 1$ ومنه $l = 1$ — 0.25

3) أ/ البرهان أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0

لدينا : $v_{n+1} = u_{n+1}^2 - 1 = \frac{1+u_n^2}{2} - 1 = \frac{u_n^2 - 1}{2} = \frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الاول $v_0 = 8$ — 0.5 — 0.25

ب/ كتابة v_n و u_n بدلالة n لدينا: $v_n = v_0 \times q^n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^{n-3}}$ ولدينا $v_n = u_n^2 - 1$ — 0.25

أي $u_n = \sqrt{v_n + 1}$ ومنه $u_n = \sqrt{\frac{1}{2^{n-3}} + 1}$ ،، حساب النهاية: $\lim u_n = 1$ — 0.25 — 0.25

4) المجاميع: لدينا $v_n = u_n^2 - 1$ أي $u_n^2 = 1 + v_n$ ومنه $S_n = (1+v_0) + (1+v_1) + \cdots + (1+v_n)$

$$S_n = (n+1) + v_n \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} = (n+1) + 16\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$$ — 0.5

حساب المجموع T_n : لدينا $v_n = \frac{1}{2^{n-3}}$ ومنه $w_n = 2^n v_n = 2^3 = 8$ أي (w_n) متتالية ثابتة

$$T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2 v_2 + \cdots + 2^n v_n = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots w_n = 8(n+1)$$ — 0.5

حساب المجموع L_n: لدينا $v_n = \frac{1}{2^{n-3}}$ ومنه $k_n = ln(v_n) = (3-n)ln2$ أي (k_n) حسابية أساسها $ln2$

$$L_n = ln(v_0) + ln(v_1) + \cdots + ln(v_n) = k_0 + k_1 + \cdots + k_n$$

0.5 $$L_n = \frac{n+1}{2}(k_0 + k_1) = \frac{n+1}{2}(3ln2 + (3-n)ln2) = \frac{(n+1)(6-n)ln2}{2}$$

التمرين الثالث: الجزء الأول : تحديد وضعية (γ) بالنسبة إلى (φ) على $]0;+\infty[$:

0.5 على المجال : $]0;\beta[$ (φ) تحت (γ) ، وعلى المجال : $]\beta;+\infty[$ (φ) فوق (γ)

0.5 – اشارة $g(x)$

x	0		β		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

0.25 الجزء الثاني : / أ)حساب نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ 0.5

/ أ*اثبات انه من أجل كل x من D_f: $f'(x) = \frac{-g(\frac{1}{x})}{x^2}$ الدالة f قابلة الاشتقاق على D_f و دالتها المشتقة f' حيث

0.5 $$f'(x) = -1 + \left[\frac{-2}{x^2}(1+\ln x) + \frac{2}{x}\cdot\frac{1}{x}\right] = -\frac{(x^2 + 2\ln x)}{x^2} = \frac{-g(\frac{1}{x})}{x^2}$$

0.5 ب/ $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(\frac{\beta h+1}{\beta}) - f(\frac{1}{\beta})}{h} = f'\left(\frac{1}{\beta}\right) = \frac{-g(\frac{1}{\beta})}{(\frac{1}{\beta})^2} = 0$ التفسير : (C_f) يقبل مماسا عند $\frac{1}{\beta}$ يوازي حامل محور الفواصل 0.25

ب /استنتاج اتجاه تغير الدالة f: من أجل كل x من D_f

0.5 لدينا : إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(\frac{1}{x})$ وهي :

x	0		$\frac{1}{\beta}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

0.5 الدالة f متزايدة على المجال $]0;\frac{1}{\beta}]$ ومتناقصة على المجال $[\frac{1}{\beta};+\infty[$

* جدول تغيرات الدالة f :

x	0		$1/B$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(1/B)$	$\searrow$	$-\infty$

ب) نبين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته $y = -x + 1$ عند $+\infty$:

0.5 $$\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (-x+1)] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{2}{x}(1+\ln x)\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}\right] = 0$$

ج) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ):

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$1+\ln x$		$-$	0	$+$	

لدينا $[f(x) - (-x+1)] = \frac{2}{x}(1 + \ln x)$ و منه إشارة الفرق هي من إشارة $(1 + \ln x)$ وهي :

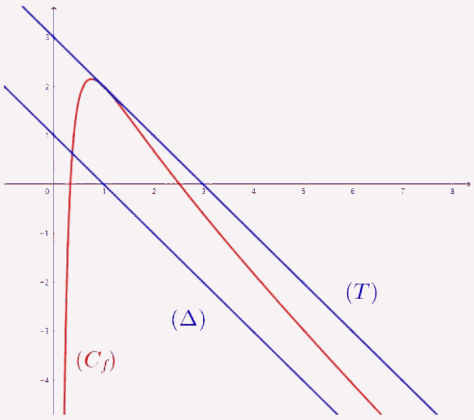
0.5 إذن: (C_f) يقع فوق (Δ) على $]\frac{1}{e};+\infty[$ وتحت (Δ) على المجال $]0;\frac{1}{e}[$ و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الإحداثيات $\left(\frac{1}{e};\frac{-1+e}{e}\right)$.

0.75 /أ* نبين أن (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ): نحل المعادلة $f'(x) = -1$ معناه $\frac{-g(\frac{1}{x})}{x^2} = -1$ معناه $x^2 + 2\ln x = x^2$

ومنه $\ln x = 0$ ومنه $x = 1$ إذن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$ معادلته $y = -x + 3$

01.5 ب/ " باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نبيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0.3 < x_1 < 0.4$ و $2.5 < x_2 < 2.6$.

ج/ التمثيل البياني:



01 5) أ/ $h'_m(x) = 1 - m + \frac{2}{x} + \frac{2\ln x}{x}$

ب/ المناقشة البيانية المعادلة $h'_m(x) = 0$

تكافئ $m = 1 + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$ أي أن $m = f(x) + x$ ومنه

0.25 $f(x) = -x + m$ حلولها هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيمات

ذات المعادلة : $y = -x + m$ الموازية لـ (T) و (Δ) ومنه نجد:

0.5
- ✓ إذا $m \le 1$ فإن للمعادلة حل وحيد
- ✓ إذا $1 < m < 3$ فإن للمعادلة حلان
- ✓ إذا $m = 3$ فإن للمعادلة حل وحيد

إذا $m > 3$ فإن المعادلة ليس لها حل

الأستاذ: تونسي ن يتمنى لكم التوفيق والنجاح